

# ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

## ασκήσεις προς λύση

**2.1.** Σε ένα Λύκειο θέλουμε να εξετάσουμε την επίδοση 10 μαθητών, στη Στατιστική στο τέλος του β' τριμήνου. Πήραμε τις επόμενες βαθμολογίες:

15, 11, 10, 10, 14, 16, 19, 18, 13, 17.

Να βρείτε:

- Ποιος είναι ο πληθυσμός.
- Ποια είναι τα άτομα.
- ποια είναι η μεταβλητή.
- Η μεταβλητή είναι
  - ποιοτική ή ποσοτική;
  - συνεχής ή διακριτή;
- Ποιες είναι οι παρατηρήσεις.

**2.2.** Σε μια δειγματοληπτική έρευνα του βάρους των μαθητών της τρίτης τάξης ενός Δημοτικού Σχολείου, 15 μαθητές είχαν τα επόμενα βάρη σε κιλά:

23, 25, 25, 26, 27, 30, 28, 28, 29, 24, 26, 26, 23, 27, 30.

Να βρείτε:

- Το σύνολο των τιμών της μεταβλητής  $x$  (όπου  $x$  είναι το βάρος των μαθητών).
- τη συχνότητα των τιμών της μεταβλητής  $x$ .

**2.3.** Μελετάμε τους μαθητές της Γ' τάξης ενός Λυκείου ως προς το βαθμό απολυτηρίου τους, τη διαγωγή τους, τον αριθμό απουσιών, τη κατεύθυνση που παρακολουθούν, το βάρος τους. Να βρείτε:

- Ποιες από τις μεταβλητές είναι ποιοτικές και ποιες ποσοτικές.
- Από τις ποσοτικές μεταβλητές, ποιες είναι διακριτές και ποιες συνεχείς.

**2.4.** Οι παρακάτω αριθμοί παρουσιάζουν τις ενδείξεις ενός ζαριού, το οποίο ρίξαμε 30 φορές.

2, 5, 6, 1, 2, 5, 4, 3, 2, 5, 1, 3, 5, 4, 1, 3, 2, 6, 5, 4, 1, 2, 6, 2, 4, 3, 1, 6, 4, 5.

Να κατασκευάσετε πίνακα:

- Συχνοτήτων.
- Αθροιστικών συχνοτήτων.

**2.5.** Τα 16 τμήματα ενός Λυκείου έχουν τους εξής μαθητές:

31, 27, 28, 30, 29, 31, 31, 27, 29, 29, 28, 28, 30, 29, 27, 29.

α) Να κατασκευάσετε πίνακα:

- Σχετικών συχνοτήτων.
  - Αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- β) Να κάνετε το διάγραμμα:
- Συχνοτήτων.
  - Αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.
- γ) Να κάνετε το πολύγωνο συχνοτήτων.

**2.6.** Οι αποστάσεις (σε Km) των 26 κοινοτήτων του νομού Καρδίτσας από το πλησιέστερο νοσοκομείο, είναι:

5, 10, 8, 8, 13, 10, 4, 2, 0, 16, 5, 15, 9, 6, 4, 7, 5, 4, 6, 7, 7, 5, 8, 10, 3, 9.

α) Να κατασκευάσετε πίνακα:

- Συχνοτήτων.
- Αθροιστικών συχνοτήτων των αποστάσεων.

β) Πόσες κοινότητες απέχουν από το νοσοκομείο περισσότερο από 10 Km;

**2.7.** Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνονται οι εξαγωγές της χώρας μας, αξίας 130 εκ. ευρώ κατά το έτος 2003, ανάλογα με το μέσο μεταφοράς "θαλασσίως", είναι  $180^\circ$ . Το 13% της αξίας των εξαγωγών έγινε "σιδηροδρομικώς". Οι μεταφορές που έγιναν "οδικώς", ήταν τετραπλάσιες σε αξία από αυτές που έγιναν "αεροπορικώς". Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα, σε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

2.8. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει την κατανομή (%) του πληθυσμού της Ελλάδας κατά τις απογραφές των ετών 1951, 1961, 1971. Να κατασκευάσετε τα ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Έτος απογραφής	Αστικός πληθυσμός %	Ημιαστικός πληθυσμός %	Αγροτικός πληθυσμός %
1951	37,7	14,8	47,5
1961	43,3	12,9	43,8
1971	53,2	11,6	35,2

2.9. α) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Ήπειρος	Έκταση	$f_I$ %
Αμερική	20,8	
Ασία	44	
Αφρική	30,5	
Ευρώπη	10,5	
Ωκεανία	9	
<b>Σύνολο</b>	114,8	

β) Να σχεδιάσετε το κυκλικό διάγραμμα.

2.10. Η μέση τιμή επτά αριθμών είναι 5. Οι

Διάρκεια ζωής σε ώρες λειτουργίας [-]	$v_i$	$f_I$ %	$N_i$	$F_I$ %
400,500	15			
500,600	45			
600,700	60			
700,800	75			
800,900	70			
900,1000	60			
1000,1100	50			
1100,1200	25			
<b>Σύνολο</b>	400			

πέντε από αυτούς τους αριθμούς είναι οι 3, 4,

5, 6, 11. Να βρείτε τους άλλους δύο αριθμούς,

Αριθμός παιδιών ( $x_i$ )	Αριθμός οικογενειών ( $v_i$ )
0	5
1	10
2	
3	8
4	5
5	4
6	3
<b>Σύνολο</b>	<b>50</b>

αν γνωρίζουμε ότι ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου.

2.11. Χρησιμοποιώντας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων που δίνει την κατανομή συχνοτήτων 50 οικογενειών ως προς τον αριθμό των παιδιών τους.

Α. Να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των οικογενειών που έχουν: α) τουλάχιστον 1 παιδί, β) πάνω από 3 παιδιά, γ) από 3 έως και 5 παιδιά, δ) το πολύ 6 παιδιά, ε) ακριβώς 6 παιδιά

Β. Να βρείτε όλα μέτρα θέσης και διασποράς.

Γ. Αν όλες οι οικογένειες αποφασίσουν να κάνουν άλλο ένα παιδί, πόσο θα μεταβληθούν τα μέτρα θέσης και διασποράς;

Δ. Αν όλες οι οικογένειες θέλουν να γίνουν πολύτεκνες, πόσα παιδιά κατά μέσο όρο πρέπει να κάνουν;

Ε. Να κάνετε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.

2.12. Η βαθμολογία ενός μαθητή στα τέσσερα τεστ ενός μαθήματος ήταν (σε εκατοντάβαθμια κλίμακα) : 38, 67, 43, 72. Η βαρύτητα σε καθένα ήταν αντίστοιχα 1, 2, 2 και 3. Να βρείτε τη μέση επίδοση του μαθητή στα τεστ.

2.13. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τη διάρκεια ζωής 400 οθονών τηλεόρασης, από την παραγωγή ενός εργοστασίου.

α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

β) Να κάνετε:

- i) Το ιστόγραμμα συχνοτήτων.
- ii) Το ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.
- iii) Το διάγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων

**2.14.** Τα 16 τμήματα ενός Λυκείου έχουν τους εξής μαθητές:  
31,27,28,30,29,31,21,27,29,29,28,28,30,29, 27,29.

A. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, την διάμεσο και την τυπική απόκλιση της μεταβλητής: "αριθμός μαθητών ανά τμήμα".

B. Αν το πλήθος των μαθητών ανά τμήμα μειωθεί κατά 10%, να βρείτε την νέα μέση τιμή, διάμεσο και τυπική απόκλιση.

**2.15.** Να υπολογίσετε τα μέτρα θέσεις και διασποράς του παρακάτω πίνακα:

Ηλικία σε χρόνια [-]	$n_i$
0,4	3
4,8	4
8,12	6
12,16	6
16,20	1
<b>Σύνολο</b>	<b>20</b>

**2.16.** Τα ύψη 8 αθλητών μιας ομάδας μπάσκετ είναι (σε cm):  
172,175,183,177,190,193,189,195.

α) Να βρείτε:

- i) Το μέσο ύψος των αθλητών.
- ii) Τη διάμεσο των υψών.
- iii) Το εύρος (R) των υψών.

β) Επίσης, σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις, να βρείτε:

- i) Το μέσο ύψος των αθλητών.
- ii) Τη διάμεσο των υψών.
- iii) Το εύρος (R) των υψών

Περίπτωση 1: Φεύγει ο αθλητής με το ύψος 172 cm.

Περίπτωση 2: Έρχεται ακόμα ένας αθλητής με ύψος 197 cm.

Περίπτωση 3: Φεύγει ο αθλητής με το ύψος 195 cm και έρχεται ένας αθλητής με ύψος 198 cm.

**2.17.** Σε ένα τεστ πήραν μέρος 100 μαθητές προκειμένου ο καθένας να απαντήσει σε 200 ερωτήσεις. Η βαθμολογία είναι 1 ή 0, ανάλογα αν ο μαθητής απαντάει ή όχι στην ερώτηση. Ο επόμενος πίνακας δείχνει τα αποτελέσματα της βαθμολογίας:

Βαθμοί [-]	Συχνότητα
60,80	5
80,100	20
100,120	26
120,140	30
140,160	15
160,180	4
<b>Σύνολο</b>	<b>100</b>

α) Να κάνετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των συχνοτήτων.

β) Να βρείτε τη επικρατούσα τιμή.

**2.18.** Η βαθμολογία στα 10 μαθήματα ενός μαθητή είναι:

13,9,6,10,15,12,11,0,18,14.

A. Να υπολογίσετε όλα τα μέτρα θέσης και διασποράς.

B. Είναι το δείγμα ομοιογενές;

Γ. Αν όλοι οι βαθμοί στα μαθήματα αυξηθούν κατά 2 μονάδες πως θα μεταβληθούν όλα τα μέτρα θέσης και διασποράς;

Δ. Ποια από τα δύο δείγματα είναι πιο ομοιογενή;

**2.19.** Σε ένα κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων υπάρχουν τέσσερις κυκλικοί τομείς, από τους οποίους οι τρεις έχουν κεντρική γωνία  $90^\circ$ ,  $85,5^\circ$ ,  $112,5^\circ$ . Αν ο μικρότερος κυκλικός τομέας αντιπροσωπεύει 160 ευρώ, τότε το μεγαλύτερο ποσό που αντιστοιχεί στους κυκλικούς τομείς είναι:

Α. 200 ευρώ, Β. 250 ευρώ, Γ. 190 ευρώ, Δ. 380 ευρώ, Ε. 300 ευρώ

2.20. Η αντοχή 100 ηλεκτρικών συσκευών, δίνεται από τον επόμενο πίνακα:

Χρόνος αντοχής σε ώρες [-]	Αριθμός συσκευών $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$
1000,1200	8	
1200,1400	16	
1400,1600	28	
1600,1800	32	
1800,2000	12	
2000,2200	4	
2200,2400	0	
Σύνολα	100	

α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα κατανομής αθροιστικών συχνοτήτων.

β) Να κάνετε:

- i) Το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.
- ii) Το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
- iii) Το διάγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων.

γ) Να βρείτε όλα τα μέτρα θέσης και διασποράς.

δ) Πόσες συσκευές έχουν διάρκεια αντοχής μικρότερη από τη μέγιστη συχνότητα;

2.21. α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, στον οποίο παρουσιάζονται οι απουσίες 80 μαθητών μιας τάξης ενός Λυκείου, αν γνωρίζουμε ότι  $x=2$ .

Απουσίες $x_i$	Μαθητές $v_i$	$v_i x_i$
1	$x$	$x$
2	$\gamma$	$2\gamma$
3	5	15
Σύνολο	80	

β) Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .

2.22. Μια εταιρία απασχολεί 15 υπαλλήλους εκ των οποίων οι 8 εργάζονται στο τμήμα Α και οι 7 στο τμήμα Β. Οι ετήσιες αποδοχές (σε χιλιάδες Ευρώ) των 8 εργαζομένων στο τμήμα Α είναι: 300,325,330,305,315,310,320,315

ενώ των εργαζομένων στο τμήμα Β είναι: 310,250,290,340,270,330,310

Α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των μισθών των εργαζομένων στο τμήμα Α της εταιρίας.

Β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των μισθών των εργαζομένων στο τμήμα Β της εταιρίας.

Γ) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των μισθών όλων των εργαζομένων της εταιρίας.

Δ) Ποιο από τα δύο δείγματα είναι πιο ομοιογενή;

2.23. Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Κλάσεις	$x_i$	$v_i$	$N_i$	$f_i\%$	$F_i\%$
[0, 2)				10	
[2, 4)			11		
[4, 6)	5				57,5
[6, 8)					
[8, 10)		8			
Σύνολα		$v=40$		100	

2.24. Σε μια εκλογική αναμέτρηση, η κατανομή των ψήφων που πήραν οι 4 συνδικαλιστικές παρατάξεις ενός κλάδου, είναι η επόμενη:

Παρατάξεις	Ψήφοι $v_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i$
Α	340			
Β				62
Γ	544	16		
Δ				
Σύνολο		100		

Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων  $f_i\%$ .

2.25. Ο μέσος μηνιαίος μισθός των εργαζομένων σε μια επιχείρηση είναι 600 ευρώ.

α. Αν ο μισθός κάθε εργαζομένου αυξηθεί κατά 30 ευρώ, ποια μεταβολή θα πραγματοποιηθεί στο μέσο μηνιαίο μισθό;

β. Αν οι μισθοί όλων των εργαζομένων αυξηθούν 8%, ποια μεταβολή θα γίνει στο μέσο μηνιαίο μισθό;

2.26. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$x_i$	$v_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$	$f_i\%$	$F_i\%$
2						
3	3	0,15	4			
4				0,45		
5					20	
6						
Σύνολο						

2.27. Στην παρακάτω κατανομή δίνεται η βαθμολογία στα Μαθηματικά ενός τμήματος της Γ΄ τάξης ενός Λυκείου, στο 1<sup>ο</sup> τετράμηνο. Να συμπληρώσετε τον πίνακα

Βαθμός	$v_i$	$f_i\%$	$F_i\%$
[6, 8)	2		
[8, 10)	4		
[10, 12)		18,75	
[12, 14)			
[14, 16)	5		
[16, 18)	3		
[18, 20)	3		
Σύνολο	32		

2.28. Σε μια επιχείρηση γνωρίζουμε ότι το μέσο ημερομίσθιο ανειδίκευτων εργατών είναι  $\bar{x} = 16$  και η τυπική απόκλιση  $s = 6,5$  ευρώ ενώ το μέσο ημερομίσθιο ειδικευμένων εργατών είναι  $\bar{x} = 25$  ευρώ και η αντίστοιχη τυπική απόκλιση  $s = 6,5$  ευρώ. Ποιοι έχουν καλύτερη ομοιογένεια αμοιβής;

2.29. Σε ένα σχολείο η μέση τιμή της ηλικίας μιας ομάδας μαθητών είναι 16 χρόνια. Αν σε αυτούς προστεθεί και η ηλικία τους Μαθηματικού τους που είναι 50 χρόνων, τότε η νέα μέση τιμή είναι 18. Να βρεθεί πόσοι ήταν οι μαθητές της ομάδας αυτής.

2.30. Μια μεταβλητή παίρνει τιμές 1, 2, 3 και 4, με αντίστοιχες συχνότητες 10,  $\alpha$ ,  $\beta$  και 25. Αν το μέγεθος του δείγματος είναι 60 και η μέση τιμή αυτού είναι  $\bar{x} = 2,8$ , να βρεθούν:

- i) Οι συχνότητες  $\alpha$  και  $\beta$ .
- ii) Η τυπική απόκλιση της μεταβλητής.

2.31. Η μέση τιμή και η διακύμανση των 6 τιμών ενός δείγματος είναι  $\bar{x} = 9$  και  $s^2 = 20$  αντίστοιχα. Αν για τις 5 τιμές ισχύει

$$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2 = 20$$

να βρεθεί η έκτη τιμή.

2.32. Δίνονται οι παρακάτω στατιστικές σειρές:

(α): 14, 6, 12, 4, 8, 9, 7, 18

(β): 8, 9, 3, 5, 12, 13, 10, 17

- i. Να βρεθεί το εύρος μεταβολής.
- ii. Να εξεταστεί ποια από τις σειρές έχει τη μικρότερη διασπορά;

2.33. Το ύψος και το βάρος 6 ατόμων δίνεται στο παρακάτω πίνακα:

Βάρος	65	60	65	63	68	68
Υψος	1,7	1,5	1,68	1,7	1,75	1,8

α. Να βρεθούν οι μέσες τιμές και οι τυπικές αποκλίσεις των μεταβλητών.

β. Ποια από τις δύο μεταβλητές έχει τη μεγαλύτερη διασπορά;

2.34. Για τα ημερομίσθια των 100 εργατών μιας εταιρίας σε ευρώ γνωρίζουμε ότι:  $\sum t_i^2 = 85.000$  και  $\sum t_i = 2500$ .

Να συγκριθεί η τυπική απόκλιση που θα προκύψει αν αυξηθούν τα ημερομίσθια κατά 20% με την τωρινή τυπική απόκλιση.

2.35. Ο μέσος όρος των βαθμών στα μαθηματικά μιας τάξης Λυκείου είναι 14. Στην τάξη ήλθαν από άλλο σχολείο δύο μαθητές με βαθμούς 19 και 13 αντίστοιχα και ο νέος μέσος όρος έγινε 14,2. Να βρείτε τον αρχικό αριθμό των μαθητών της τάξης.

**2.36.** Δίνονται οι τιμές πώλησης ενός προϊόντος  $x_i$  σε 40 διαφορετικά καταστήματα. 10 από αυτά μειώνουν τις τιμές κατά 4 ευρώ και 6 από αυτά αυξάνουν τις τιμές κατά 8 ευρώ και προκύπτουν οι νέες τιμές  $y_i$ .

α. Αν γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή του προϊόντος στα 40 καταστήματα είναι 25 ευρώ να βρείτε τη νέα μέση τιμή αυτού.

β. Αν γνωρίζουμε ότι  $\sum y_i^2 = 36.400$  να βρείτε την τυπική απόκλιση  $s_y$ .

γ. Να εξετάσετε την ομοιογένεια του δείγματος.

**2.37.** Σε μια επιχείρηση εργάζονται 60 άνδρες και 50 γυναίκες με μέσο μισθό 600 ευρώ. Αν ο μέσος μισθός των ανδρών είναι 700 ευρώ ποιος ο μέσος μισθός των γυναικών;

**2.38.** Σε ένα δείγμα 100 ατόμων που είναι παραβάτες του κώδικα οδικής κυκλοφορίας έχουμε τον παρακάτω πίνακα παραβάσεων:

$x_i$	$f_i, \%$
1	
2	20
3	
4	28

Από τον πίνακα λείπουν οι συχνότητες  $f_1$  και  $f_3$  και δίνεται ο μέσος όρος των παραβάσεων  $\bar{x} = 2,34$ .

α. Να υπολογίσετε τις συχνότητες  $f_1$  και  $f_3$ .

β. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση και τη διάμεσο.

γ. Να εξετάσετε την ομοιογένεια του δείγματος.

**2.39.** Σε μια τάξη 20 μαθητών οι βαθμοί των 5 μαθητών στα Μαθηματικά έχουν μέση τιμή 18, οι βαθμοί των 12 μαθητών έχουν μέση τιμή 15 και οι βαθμοί των υπολοίπων μαθητών έχουν μέση τιμή 12. Ποια είναι η μέση τιμή των βαθμών στα Μαθηματικά των 20 μαθητών της τάξης;

**2.40.** Μια ομάδα μπάσκετ έδωσε 30 αγώνες το 2003, 15 εντός έδρας και 15 εκτός έδρας. Η μέση τιμή των πόντων που πέτυχε η ομάδα στους εντός έδρας αγώνες είναι 105. Η μέση τιμή των πόντων που πέτυχε σε όλους τους αγώνες είναι 98. Ποια είναι η μέση τιμή των πόντων που πέτυχε η ομάδα στους εκτός έδρας αγώνες;

**2.41.** Μια σχολική τάξη έχει 12 αγόρια. Στα Μαθηματικά η μέση τιμή των βαθμών των αγοριών είναι 16 ενώ των κοριτσιών είναι 14,5. Αν η μέση τιμή των βαθμών στα Μαθηματικά όλων των παιδιών της τάξης είναι 15,2 τότε πόσα είναι τα κορίτσια της τάξης;

**2.42.** Οι τρεις τάξεις μιας επαγγελματικής σχολής έχουν συνολικά 180 μαθητές. Οι τάξεις αυτές έχουν 72, 68 και 40 μαθητές με μέσες τιμές ηλικιών 14,2, 15,8 και 17 χρόνια αντίστοιχα. Να βρείτε τη μέση τιμή των ηλικιών των μαθητών της σχολής.

**2.43.** Οι τιμές σε ευρώ δύο μετοχών Α και Β στις τελευταίες 10 συνεδριάσεις του χρηματιστηρίου ήταν αντίστοιχα:

A: 50,55,50,60,55,65,50,60,55,50

B: 24,22,23,27,29,28,28,27,30,32

α) Να αποδείξετε ότι  $s_A > s_B$ .

β) Να βρείτε ποιας μετοχής οι τιμές είναι ομοιογενείς.

**2.44.** Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παριστάνονται οι εξαγωγές της χώρας μας, αξίας 130 εκ. ευρώ κατά το έτος 2003, ανάλογα με το μέσο μεταφοράς "θαλασσίως", είναι  $180^\circ$ . Το 13% της αξίας των εξαγωγών έγινε "σιδηροδρομικώς". Οι μεταφορές που έγιναν "οδικώς", ήταν τετραπλάσιες σε αξία από αυτές που έγιναν "αεροπορικώς". Να μετατρέψετε το κυκλικό διάγραμμα, σε ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.